’18

前期日程

数　学　問　題

（社会情報学部）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には，問題文を含む５枚の解答用紙と２枚の計算用紙があります。試験開始後，問題に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. ５枚の解答用紙のみを回収しますので，この表紙と２枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが，解答は各問題の下の解答欄に記入し，裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計　算　用　紙　(1)

計　算　用　紙　(2)

数　　学

氏 名	

受 験 番 号	

$\boxed{1}$ $a \neq 0$ とし，放物線 $y = a(x-1)^2 + \dfrac{1}{a}$ を C， 直線 $y = x$ を L_1 とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) 放物線 C と直線 L_1 が異なる 2 点で交わるように a の値の範囲を求めよ。

(2) (1) において，放物線 C が直線 L_1 から切り取る線分の長さを ℓ とする。$\sqrt{2} \leqq \ell \leqq \sqrt{\dfrac{5}{2}}$ となるように，a の値の範囲を求めよ。

[解答欄]

得 点	

数　学

氏名	

受験番号	

$\boxed{2}$ $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ とし, 曲線 $y = f(x)$ を C とする。曲線 C の接線の傾きの最小値は 0 である。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $b = \dfrac{a^2}{3}$ であることを示せ。

(2) 曲線 C を平行移動すると曲線 $y = x^3$ に一致することを示せ。

(3) $a = 3$ のとき，曲線 C 上の点 $(-2,\ f(-2))$ における接線と曲線 C で囲まれる図形の面積を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

3　xy 平面上で，自然数 n に対し単位円上の点 $\left(\cos(\sqrt{2}\pi n), \sin(\sqrt{2}\pi n)\right)$ を P_n とおく。原点を O とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $\triangle\, \mathrm{OP}_n\mathrm{P}_{n+1}$ の面積を求めよ。

(2) 自然数 n と m が異なるならば，点 P_n と P_m は異なることを示せ 。

[解答欄]

得点	

数　　　学

氏 名	

受 験 番 号	

4　A と B の 2 つの箱がある。最初に A には白球 2 個と赤球 1 個，B には白球 2 個が入っている。次のステップで球を移動する。

ステップ 1： A から 1 個を取り B に入れる。　ステップ 2： B から 1 個を取り A に入れる。

ステップ 3： A から 1 個を取り B に入れる。　ステップ 4： B から 1 個を取り A に入れる。

以下同様に，ステップ 100 までを行う。

自然数 n $(1 \leqq n \leqq 50)$ に対し P_n を『ステップ $2n-1$ までは A も B も中が白球 3 個にならず, ステップ $2n$ で初めて A の中が白球 3 個になる』確率とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) P_1，P_2 および P_n をそれぞれ求めよ。

(2) $\mathrm{P}_1 + \mathrm{P}_2 + \cdots + \mathrm{P}_n$ を求めよ。

(3) $\dfrac{1643}{6573} < \mathrm{P}_1 + \mathrm{P}_2 + \cdots + \mathrm{P}_n$ を満たす自然数 n のうち最小のものを求めよ。

[解答欄]

得 点	

数　　　学

氏 名		受 験 番 号	

5　四面体 OABC において △ABC の重心を G とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。辺 OC 上に点 P をとり，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\vec{c}$ $(0<t<1)$ とする。さらに △ABP と線分 OG との交点を X とし，$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=s\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ $(0<s<1)$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{PX}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ と t, s を用いて表せ。

(2) 2点 P, X を結ぶ直線と線分 AB との交点 M が線分 AB の中点であることを証明せよ。

(3) $s=\dfrac{6}{7}$ のとき，t の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	