’19

前期日程

数　学　問　題

（理工学部）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には，2 枚の計算用紙と，問題文を含む 5 枚の解答用紙があります。試験開始後，問題に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5 枚の解答用紙のみを回収しますので，この表紙と 2 枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが，解答は各問題の下の解答欄に記入し，裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計　算　用　紙　(1)

計　算　用　紙　(2)

理工 1

数　　学

氏名	

受験番号	

1 　2 次関数 $y=-x^2+ax+b$ のグラフ F は 2 点 $(-2,-7)$, $(2,1)$ を通り，1 次関数 $y=cx+d$ のグラフ G は F に接する。このとき次の問に答えよ。

(1) 定数 a,b の値を求めよ。

(2) 定数 d を c の式で表せ。

(3) F を 2 次関数 $y=-x^2$ のグラフに重ねる平行移動によって，G が G 自身に重なるとき，定数 c,d の値を求めよ。

(4) (3) で定めた G と, F および直線 $x=k$ で囲まれる部分の面積が 9 になるとき，定数 k の値を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

2 次の問に答えよ。

(1) $x = \dfrac{1}{2}$, $y = \dfrac{1}{8}$ のとき，$\log_x y$ の値を求めよ。

(2) x, y が正の数で，$\log_x y = t$ とするとき，$\log_x y + \log_y \dfrac{x^3}{y^4}$ を t で表せ。

(3) 連立不等式

$$0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \quad \log_x y + \log_y \frac{x^3}{y^4} < 0$$

の表す領域を，xy 平面上に図示せよ。ただし，この領域で $\log_x y > 0$ が成り立つことを用いてよいとする。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏 名	

受験番号	

3　次の 2 条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

1. $a_1 > 0,\ a_{n+1} \neq a_n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$
2. 初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n とするとき，$S_n = a_n^2 + na_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$

このとき次の問に答えよ。

(1) 初項 a_1 を求めよ。

(2) $b_n = a_{2n-1},\ c_n = a_{2n}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ とするとき，数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(3) $a_k = 0$ を満たす k を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

4　原点を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円 C_1 と媒介変数 θ を用いて $x = \dfrac{1}{\cos\theta}$, $y = \tan\theta$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ で表される曲線 C_2 について，次の問に答えよ。

(1) C_1 と C_2 の交点で，第 1 象限にあるものの座標を求めよ。

(2) (1) で求めた交点における C_2 の接線の方程式を求めよ。

(3) C_1 と C_2 で囲まれた原点を含まない図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　　　学

氏 名	

受験番号	

$\boxed{5}$ 　座標空間において原点 O，点 A$(1,-2,2)$，点 B$(3,-4,5)$ をとり，3 点 O, A, B が定める平面を α とする。このとき次の問に答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と同じ向きの単位ベクトル $\vec{e}$ を成分表示せよ。

(2) 平面 α 上に点 F をとる。F の位置ベクトル $\vec{f}$ は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と垂直な単位ベクトルであり，$\vec{f}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ のなす角 θ は不等式 $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ を満たしている。このとき点 F の座標を求めよ。

(3) 点 P$(0,0,2)$ の位置ベクトルを $\vec{p}$ とおく。s, t がそれぞれ実数全体を動くとき，$|\vec{p}-(s\vec{e}+t\vec{f})|$ の最小値を求めよ。

[解答欄]

得点	