

数 学

氏 名	
受 驗 番 号	

解答用紙には、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 1 n が正の整数であるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(n) = 3n^2 - 19n + 4$ とするとき、 $f(n)$ を最小にする n を求めよ。
- (2) $f(n) = n^3 - 40n$ とするとき、 $f(n)$ を最小にする n を求めよ。

[解答例]

(1) x を実数とすると、 $f'(x) = 6x - 19$ より $f(x)$ は $x < \frac{19}{6}$ で単調減少、 $x > \frac{19}{6}$ で単調増加である。

よって $f(x)$ は $x = \frac{19}{6}$ で最小値をとる。

x を実数としたが問い合わせでは正の整数 n であり、 $3 < \frac{19}{6} < 4$ となるので、 $f(n)$ を最小にする n の候補は、
 $n = 3$ または $n = 4$ である。

これらより $f(3) = -26, f(4) = -24$ であるので、 $f(n)$ を最小にするのは $n = 3$ である。

(2) x を実数とすると、 $f'(x) = 3x^2 - 40$ より $f(x)$ は $x < -\sqrt{\frac{40}{3}}$ で単調増加、 $-\sqrt{\frac{40}{3}} < x < \sqrt{\frac{40}{3}}$ で単調減少、
 $x > \sqrt{\frac{40}{3}}$ で単調増加である。

よって x が正の値のとき $f(x)$ は $x = \sqrt{\frac{40}{3}}$ で最小値をとる。

x を実数としたが問い合わせでは正の整数 n であり、 $3 < \sqrt{\frac{40}{3}} < 4$ となるので、 $f(n)$ を最小にする n の候補は、
 $n = 3$ または $n = 4$ である。

これらより $f(3) = -93, f(4) = -96$ であるので、 $f(n)$ を最小にするのは $n = 4$ である。

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
受験番号	

解答用紙には、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 2 二次方程式 $2x^2 + 7x + 4 = 0$ の 2 つの実数解を $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ としたとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $\alpha + \beta$ を求めよ。
- (2) $\alpha^2 + \beta^2$ を求めよ。
- (3) $\alpha^3 + \beta^3$ を求めよ。

[解答例]

(1) 二次方程式の解と係数の関係より、

$$\alpha + \beta = -\frac{7}{2} \text{ である。}$$

(2) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$ であり、 $\alpha + \beta = -\frac{7}{2}, \alpha\beta = 2$ であるので、

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{33}{4} \text{ である。}$$

(3) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$ であり、

$$\alpha^3 + \beta^3 = -\frac{175}{8} \text{ である。}$$

得点	
----	--