

'21

前期日程

数 学 問 題

(理工学部 電子・機械類)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
7. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下書用紙 (1)



下書用紙 (2)



数 学

氏名

受験
番号

1

円 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = mx$ が異なる 2 点 P, Q で交わっているとき, 次の問いに答えよ。

- (1) m の値の範囲を求めよ。
- (2) 円の中心を A とするとき, $\triangle APQ$ の面積を m で表せ。
- (3) 線分 PQ の中点 M の座標を (p, q) とする。 m の値が (1) の範囲で変化するとき, p と q の満たす方程式を p と q のみで表せ。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

2 M, A, E, B, A, S, H, I の 8 文字を使ってできる文字列について、次の問いに答えよ。ただし、A と A の 2 文字は区別せず、また、8 文字のうち母音は A, E, I である。

- (1) 8 文字すべてを使ってできる文字列はいくつあるか。
- (2) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、A が隣り合うものはいくつあるか。
- (3) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、どの母音も隣り合わないものはいくつあるか。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名

受験
番号

3

k と l は $0 < k < 1, 0 < l < 1$ を満たす。 $\triangle OAB$ は 1 辺の長さが 1 の正三角形とし、辺 OA を $k : (1 - k)$ に内分する点を C 、辺 OB を $l : (1 - l)$ に内分する点を D とする。 O を通り直線 CD に垂直な直線と、直線 AB との交点を E とする。 E が線分 AB を $(1 + m) : m$ に外分するとき、次の問いに答えよ。ただし、 $m > 0$ である。

- (1) $k > 2l$ が成り立つことを示せ。
- (2) m を k と l を用いて表せ。
- (3) 直線 CD と直線 OE との交点を P とするとき、 $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OE}$ を満たす s を k と l を用いて表せ。
- (4) $k = 3l$ のとき、前問 (3) の s を l を用いて表せ。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名

受験
番号

4

次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について答えよ。 n を正の整数とするとき、

$$a_1 = 1, \quad b_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n}.$$

- (1) 不等式 $b_m < a_m$ を満たす正の整数 m をすべて求めよ。
(2) $a_1, b_1, a_m, b_m, a_{m+1}, b_{m+1}$ の大小関係を不等号 $<$ を用いて表せ。ここで、 m は 2 以上の整数である。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名

受験
番号

5

a, b, c を実数の定数とするとき, すべての実数 x で定義された関数 $f(x)$ について, 次の問いに答えよ。

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 0), \\ x^3 + ax^2 + bx + c & (0 < x \leq 1), \\ 0 & (x > 1). \end{cases}$$

- (1) 関数 $f(x)$ がすべての x で連続であるための, a, b, c についての必要十分条件を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ がすべての x で微分可能であるための, a, b, c についての必要十分条件を求めよ。
- (3) a, b, c が上の (2) で与えられた必要十分条件を満たすとき, 関数 $f(x)$ の $x=0, x=1$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

[解答欄]

得
点